

Klausur Mathematik für Systems Engineering II
SS 2005

22.10.2005

Name :

Matrikelnummer :

neue PO : [] *alte* PO []

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Summe
Punkte	10	8	10	10	10	10	9	8	10	10	95
davon erreicht											
Bearbeitet											—

neue PO :

Die Klausur dauert **180 Minuten** .

Wenn Sie von den **95 möglichen Punkten 45 Punkte** erreichen, haben Sie bestanden.

alte PO :

Die Klausur dauert **120 Minuten** .

Wenn Sie von den **95 möglichen Punkten 30 Punkte** erreichen, haben Sie bestanden.

Bitte kreuzen Sie oben die von Ihnen bearbeiteten Aufgaben an.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (5 + 5 Punkte)

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n^2 + 3^{n+1}}{3^n n^2} \quad b) \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1} \right)^n$$

Aufgabe 2 (8 Punkte)

Ein Astronaut reist entlang der Kurve $y = -x^2$ (von rechts nach links). Wenn er an einem bestimmten Punkt das Triebwerk seines Flugzeuges abschaltet, bewegt er sich entlang der zu diesem Punkt gehörenden Tangente weiter. In welchem Punkt muss er dies tun, wenn er den Punkt mit den Koordinaten $(1, 8)$ erreichen will?

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Stellen Sie das Taylorpolynom vom Grad fünf mit dem Entwicklungspunkt $x_0 = -\frac{\pi}{2}$ für die Funktion

$$f(x) = \sin(2x)$$

auf.

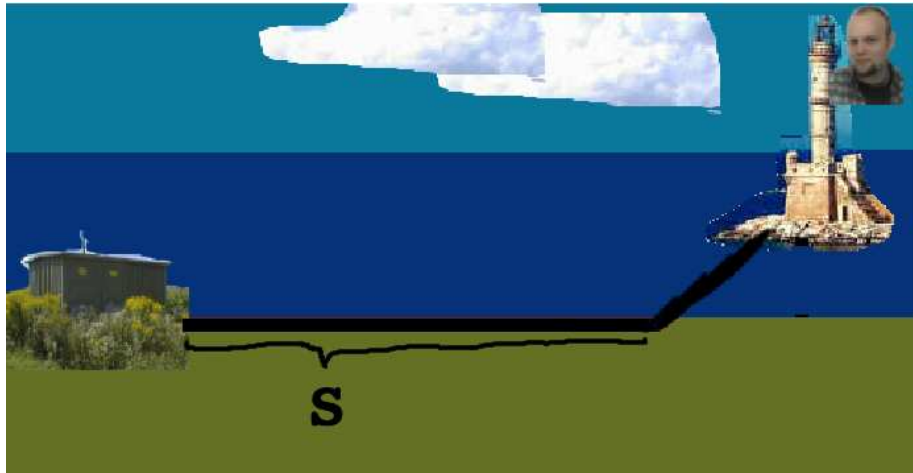
Aufgabe 4 (10 Punkte)

Sei $a \in \mathbb{R}$ eine beliebige Konstante. Bestimmen Sie für die Funktion

$$f(x) = \frac{ax^2}{a^2 - x^2}$$

Definitionsbereich, Nullstellen, lokale Extremwerte sowie das Verhalten gegen $+\infty$ und $-\infty$.

Aufgabe 5 (10 Punkte)



Herr Frochte ist auf einen Leuchtturm umgezogen und möchte dort nicht auf technische Annehmlichkeiten verzichten, weshalb ein Kabelrohr zum Leuchtturm gelegt werden muss. Die letzte Station, von der das Kabelrohr aus gelegt werden kann, liegt direkt an der Küste, die in dieser Gegend völlig gerade verläuft. Von dieser Station aus liegt der Leuchtturm 100m nach Osten und 25m von der Küste entfernt. Der Preis für die Verlegung des Kabelrohrs an Land beträgt 25 Euro pro Meter, im Wasser 75 Euro. Nach wie viel Metern (s) an Land sollte damit begonnen werden, das Kabel im Wasser zu verlegen, damit Herr Frochte so wenig Geld wie möglich ausgeben muss?

Aufgabe 6 (4 + 4 + 2 Punkte)

a) Geben Sie die Stammfunktionen - inklusive der Herleitung - von

$$f(x) = e^x \cos(x)$$

an.

b) Bestimmen Sie den Inhalt der Fläche, die von der Funktion

$$g(x) = \cos(2\pi x)$$

mit der x-Achse für $x \in [0, 1]$ eingeschlossen wird.

c) Bestimmen Sie

$$\int_0^1 \cos(2\pi x) \, dx .$$

Aufgabe 7 (9 Punkte)

Geben Sie die Stammfunktionen - inklusive der Herleitung - von

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 19}{(x^2 - 4x + 4)(x + 5)}$$

an.

Aufgabe 8 (8 Punkte)

Errechnen Sie die Bogenlänge der Kurve

$$y = x^{(3/2)}$$

für den Bereich von $x = 1$ bis $x = 4$.

Tipp: Terme mit Wurzel etc. im Ergebnis einfach stehen lassen.

Aufgabe 9 (6 + 4 Punkte)

a) Bestimmen Sie die lokalen Extremstellen und -werte der Funktion

$$f(x, y) = 2x^3 - 3xy + 2y^3 + 1$$

b) Bestimmen Sie die Tangentialebene an f im Punkt $(1,1)$

Aufgabe 10 (10 Punkte)

Berechnen Sie das Volumen, welches zwischen der Funktion

$$f(x, y) = 2x^2y + \frac{y}{1-x}$$

und dem Dreieck in der $z = 0$ - Ebene mit den Eckpunkten $(0, 0)$, $(1, 0)$ und $(0, 1)$ liegt.